

Հանրակրթության համակարգում ստոխաստիկայի ուսուցման և դպրոցականի հավանականային մտածողության ձևավորման հոգեբանամանկավարժական եզրերը

*Լիդա Ավանեսյան
Արմինե Սահակյան*

DOI: <https://di.org/10.58726/27382923-ne2024.1-116>

***Հանգուցային բառեր.** հավանականությունների տեսություն, մաթեմատիկական վիճակագրություն, կոմբինատորիկա, մտածողություն, տրամաբանություն, ակնառու-գործառնական, ակնառու-պատկերային, խոսքային-տրամաբանական*

Ներածություն: Ներկայումս հանրակրթությունը և, ընդհանրապես, ՀՀ ամբողջ կրթական համակարգը գտնվում են փոփոխությունների փուլում: Ընդ որում՝ դպրոցական մաթեմատիկական կրթության արդիականացման հիմնական կողմերից մեկը հանրակրթության մեջ տեսական-հավանականային գիտելիքների ներառումն է:

Դրա անհրաժեշտությունը պայմանավորված է.

1. գիտության զարգացման բարձր մակարդակով. բնական, հումանիտար և տեխնիկական գիտությունները հաճախ են հիմնվում վիճակագրական հասկացությունների վրա և օգտագործում են հավանականային-վիճակագրական մեթոդները,

2. հասարակության սոցիալ-տնտեսական պահանջներով (հայտնի են դեպքեր, երբ որոշ երևույթների ստոխաստիկական բնույթի անտեսումը բերում է հսկայական նյութական կորուստների՝ էլեկտրաէներգիայի, տրանսպորտի և տնտեսության այլ բնագավառներում),

3. եվրոպական և համաշխարհային ինտեգրման գործընթացներով, որոնք անմիջականորեն կապված են երկրների և ազգերի փոխմերձեցման, այդ թվում կրթության բնագավառի հետ (զարգացած երկրներում հավանականային-վիճակագրական գիծը մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում ինքուրույն բովանդակային ուղղություն է):

Տարբեր երկրների դպրոցներում հավանականությունների տեսության և վիճակագրության տարրերի ուսուցման հայտնի մոտեցումների ընդհանուր վերլուծությունը թույլ է տալիս կատարելու հետևյալ եզրակացությունները.

ա) այդ երկրների մեծ մասում հավանականային-վիճակագրական նյութը ուսումնասիրվում է՝ սկսած տարրական դպրոցից,

բ) ուսուցման բոլոր տարիների ընթացքում սովորողներին ծանոթացնում են էմպիրիկ տվյալների վերլուծության հավանականային-վիճակագրական մոտեցումներին, ընդ որում, այդտեղ մեծ դեր են խաղում կիրառական բնույթի խնդիրները,

գ) ուսուցման ընթացքում շատ ժամանակ է տրամադրվում այն խնդիրներին, որոնք սովորողներից պահանջում են աշխատանք փոքր խմբերով, տվյալների ինքնուրույն հավաքում, խմբերի աշխատանքների ընդհանրացում, ինքնուրույն հետազոտությունների անցկացում, գործնական բնույթի աշխատանքների կատարում, փորձերի և լաբորատոր աշխատանքների անցկացում. այս ամենը պայմանավորված է հավանականական-վիճակագրական նյութի յուրահատկությամբ և պրակտիկ գործունեության հետ դրա սերտ կապով,

դ) ստոխաստիկայի ուսումնասիրությունը կարծես բաժանվում է հավանականային և վիճակագրական բաղադրիչների, որոնք սերտ կապված են միմյանց հետ. որոշ երկրներում դրանք լրացվում են կոմբինատորիկայի ոչ մեծ դրվագով:

Հավանականությունների տեսության ուսուցումը դպրոցում, ինչպես ցույց է տալիս հետազոտությունների քննական վերլուծությունը, էապես կապված է հավանականության օրինաչափությունների ճիշտ ընկալման՝ դպրոցականի հոգեբանական պատրաստության հետ:

Մենք հատուկ ուշադրության առարկա ենք դարձրել ստոխաստիկայի ուսուցման հոգեբանական (նաև մանկավարժական) եզրերը:

Ժամանակակից կրթության մեջ կարևոր դեր է խաղում ուսուցման հումանիստական ուղղվածությունը, երբ ուսումնադաստիարակչական գործընթացի կենտրոնում դրվում է սովորողի անձը, իսկ հիմնական խնդիրներից մեկը դառնում է անձնային հատկանիշների, մասնավորաբար՝ սովորողի իմացական ոլորտի զարգացումը: Անձի ճանաչողության ոլորտի մեջ մտնում է նոր կենսապայմաններին հարմարվելու կարողությունը. վերլուծել իրավիճակը, համապատասխանորեն փոփոխել սեփական գործունեության կազմակերպումը, կարողանալ տիրապետել հաղորդակցման միջոցների, հայթայթել տեղեկատվություն և օգտվել նրանից: Եթե այս տեսակյունից դիտարկենք դպրոցական մաթեմատիկական կրթության նպատակները, ապա դրա կարևորագույն խնդիրներից է սովորողների մտածողության զարգացումը:

Այս համատեքստում՝ հավանականությունների տեսության և մաթեմատիկական վիճակագրության հիմունքների ուսումնասիրության գործ-

ընթացում դպրոցականների կողմից տվյալ նյութի ադեկվատ ընկալման հոգեբանական պատրաստվածության հարցը դրվում է շատ սուր:

Հիմնախնդիրը: Ներկայումս մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի նոր բովանդակության մշակողների մոտ առաջնային է դառնում սովորողների կողմից այս կամ այն ստոխաստիկական գործընթացների գիտակցման համար նրանց տարիքային և սոցիալական պատրաստվածության, ինչպես նաև զանգվածային պատահական երևույթներին վերաբերող օրինաչափությունների տեսական ընդհանրացումներ կատարելու կարողությունների ձևավորման հիմնախնդիրը:

Նպատակը: Ձևակերպված հիմնախնդրի լուծման համար, որը փաստորեն բերվում է կոնկրետ ստոխաստիկական ուսումնական նյութի և սովորողների սոցիալական-մոտիվացիոն, բարոյական և ինտելեկտուալ առանձնահատկությունների օպտիմալ փոխկապակցմանը, անհրաժեշտ է դիմել հոգեբանությանը՝ տարբեր տարիքային խմբերի երեխաների մտածողական և ճանաչողական գործունեությունների ընդհանուր օրինաչափությունների ի հայտ բերման առումով:

Նորույթը: Հաշվի առնելով երեխաների տարիքային առանձնահատկությունները՝ առաջ են բերվել և քննարկվել հավանականությունների տեսությանը վերաբերող խնդիրներ (ըստ մտածելակերպի ձևերի՝ ինչպես կարելի է նույն խնդիրը հանձնարարել 7-9 տարեկանին և ավելի մեծ տարիք ունեցողին՝ այդ ընթացքում ձևավորելով պատկերացումներ պատահույթի մասին, այնուհետև հավանականության մասին և, երբ այդ պատկերացումները կձևավորվեն, նրանց հայտնել նաև հավանականության ձևերի մասին):

Մտածողության զարգացումը կապված է սովորողի ճանաչողական գործունեության ժամանակ ձևավորվող հասկացությունների հետ: Հոգեբանները պնդում են, որ մտածողությունն իր զարգացման ընթացքում անցնում է մի շարք փուլեր. *ակնառու-գործառնական* (ձևավորվում է մինչև 3 տարեկան երեխաների մոտ), *ակնառու-պատկերային* (ձևավորվում է 4-7 տարեկան հասակում), *խոսքային-տրամաբանական* (ձևավորվում է ուսուցման առաջին տարիներից սկսած): Վերջինս միջին և ավագ տարիքի դպրոցականի մոտ դառնում է առավել կարևոր, նրանց կողմից խնդիրը լուծվում է բառային ձևով, ընդամին ձևավորվում և օգտագործվում են հասկացություններ, ստեղծվում են լուծման տարբեր ալգորիթմներ և այլն: Գիտելիքների ցանկացած ոլորտի ուսումնասիրման ժամանակ մարդու մտածողությունը հերթականությամբ անցնում է զարգացման նշված փուլերը, իսկ փուլերից մեկի բացթողումը բերում է բացասական հետևանքների [4, 157]:

Մաթեմատիկայի ուսուցման ընթացքում ստոխաստիկայի տարրերի օգտագործումն անմիջական ազդեցություն է ունենում սովորողների մոտ բոլոր երեք տեսակի մտածողությունների ձևավորման, զարգացման և կատարելագործման վրա: Օրինակ, կոմբինատորիկայի խնդիրների լուծումը կարելի է կատարել և՛ իրական առարկաներով, և՛ նշանային օբյեկտներով, գրառելով կամ առանց գրառման: Ընդ որում, խնդիրների համակարգը պետք է կազմված լինի այնպես, որ ապահովի աստիճանական անցում՝ առարկաներով գործառնումներից դեպի մտային գործողությունների, այսինքն՝ ***ակնառու-գործառնական մտածողությունից*** դեպի ***խոսքային-տրամաբանական***:

Ըստ Պ. Յա. Գալպերինի՝ «հավանականային մտածողությունը մտածողության տեսակ է, որի կառուցվածքի մեջ մտնում են ակնկալվող իրադարձությունների հավանականության աստիճանի մասին դատողություններ» [1, 10]: Տվյալ սահմանման մեջ արտահայտված է հավանականության տեսության կարևորագույն հասկացությունը՝ հավանականությունը, որը ոչ միայն մաթեմատիկայի, այլև հոգեբանության, փիլիսոփայության ու տրամաբանության հետազոտության և ուսումնասիրության առարկա է: Նշենք, որ մի շարք հետազոտություններում *հավանականային մտածողություն* տերմինի հետ զուգահեռ հեղինակները, որպես հոմանիշ, օգտագործում են *վիճակագրական և հավանականային-վիճակագրական մտածողություն* եզրույթները:

Սովորողների մոտ կոմբինատորային և հավանականային մտածողության մասին պատկերացումների ձևավորումն ուսումնասիրել է Ժ. Պիաժեն: Նրա կողմից սովորողի մտածողության զարգացման տեսությունը ստացել է «օպերացիոնալ (operational, операциональный)» անվանումը:

Սովորողների մոտ օպերացիոնալ ինտելեկտի զարգացման մեջ Ժ. Պիաժեն առանձնացրել է 4 փուլ [3, 250]:

1. Զգայաշարժողական: Ներառում է երեխայի ծննդից մինչև 2 տարեկանը ընկած ժամանակահատվածը և բնութագրվում է երեխային շրջապատող առարկաների հիմնական հատկությունների և հատկանիշների ընկալման և ճանաչման կարողությունների զարգացմամբ:

2. Նախաօպերացիոն (дооперационального, preoperational) մտածողության փուլ (2-ից մինչև 7 տարեկան): Երեխայի մոտ ձևավորվում է խոսքը, սկսվում է արտաքին գործողությունների և առարկաների ակտիվ առերեսման գործընթաց, ձևավորվում են տեսողական պատկերացումներ:

3. Առարկաների հետ կոնկրետ օպերացիաների փուլ (7-8-ից մինչև

11-12 տարեկան հասակ): Երեխայի մտավոր գործունեությունը աստիճանաբար ձեռք է բերում հակադարձելիության հատկություն և որոշակի կառուցվածք: Երեխան կարողանում է կատարել խմբավորման գործողություններ և չափումներ:

4. Ձևական (ֆորմալ) օպերացիաների փուլ (*11-12-ից մինչև 14-15 տարեկան):* Երեխան արդեն կարողանում է մտքում կատարել ուղիղ և հակադարձ գործողություններ՝ օգտվելով տրամաբանական դատողություններից և հասկացություններից: Ներքին մտավոր օպերացիաները այս փուլում դառնում են կառուցվածքայնորեն կազմակերպված ամբողջություն: Մտածողությունն ունի *վարկածային-դեդուկտիվ և կոմբինատորային բնույթ*:

Ստոխաստիկայի տարրերը մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթաց ներմուծելուն նվիրված հետազոտությունների արդյունքների քննական վերլուծությունը թույլ է տալիս կատարելու հետևյալ եզրահանգումները.

1. Առաջին փուլում (*մոտավորապես 4-ից մինչև 7 տարեկան*) երեխայի մտածողությունը զարգանում է նրա անմիջական գործունեության ոլորտում՝ մնալով բավականաչափ հեռու ինչպես հավանականություն հասկացությունից, այնպես էլ օպերացիոնալ դեդուկցիայից:

2. Երկրորդ փուլում (*մոտավորապես 7-ից մինչև 11 տարեկան*), ըստ Ա. Վ. Պրոխորովի, երեխայի մոտ արդեն առկա են «որոշ պատկերացումներ այն իրադարձությունների մասին, որոնք կարող են տեղի ունենալ, բայց նա դեռ չգիտի, թե դրանք ինչպես են կապված պատահականության հետ» [5, 27]:

Բացի այդ, իրենց հավանականային պատկերացումների բացատրման համար երեխաներին չի բավականացնում մաթեմատիկական գիտելիքների ապարատը, մինչդեռ նկարագրական վիճակագրության, աղյուսակների և կոմբինատորիկայի հիմունքների մասին գիտելիքները պետք է, և նույնիսկ անհրաժեշտ է, ներառել մաթեմատիկայի տարրական դասարանների ուսումնական ծրագրում:

3. Երրորդ փուլում (*12-15 տարեկան*), երբ ձևավորվում են ֆորմալ և, մասնավորաբար, համադրական գործողությունները, դեռահասը ձեռք է բերում հնարավոր տարբերակների ընդհանուր քանակը գնահատելու կարողություն:

Այսպիսով, հավանականության գնահատումը (չափումը) մի կողմից համատեղ հակադարձելի, մյուս կողմից՝ ոչ հակադարձելի պատահականությունների համեմատության արդյունք է այն դեպքում, երբ հնարավոր իրադարձությունների միայն շատ փոքր մասն է տեղի ունենում իրականում:

Ժ. Պիաժեն նշում է, որ 12-15 տարեկան ժամանակահատվածում երեխան սկսում է կատարել գործողություններ, որոնք, անկախ դպրոցական ուսուցումից, կապված են կոմբինատորային վերլուծության և վերադասավորումների համակարգի հետ [4, 317]: Սակայն 6-րդ, 7-րդ դասարաններում սովորելու ընթացքում, ուսուցման ավանդական բովանդակության պայմաններում կոմբինատորային մտածողությունը նպատակաուղղված չի զարգանում, կոմբինատորային խնդիրներ լուծելու հմտությունները թուլանում են և վերականգնվում են միայն IX-X դասարաններում՝ շնորհիվ 14-15 տարեկանի տրամաբանական մտածողության բնականոն զարգացման: Այդ իսկ պատճառով բանաձևային կոմբինատորիկան նպատակահարմար է ուսումնասիրել միայն ավագ դպրոցում [2, 15]: Որևէ մեծության հարաբերական հաճախություն հասկացությունը երեխաները պատրաստ են ընկալել 5-րդ դասարանում՝ անմիջապես սովորական կոտորակների ուսումնասիրումից հետո: Բայց «Մեծ թվերի օրենքը» գիտակցելու ճանապարհը պետք է երկար լինի, ցանկալի է մինչև 8-րդ դասարանի վերջը:

Ինչ վերաբերում է ավագ դպրոցին (16-17 տարեկան), ապա, կոգնիտիվ տեսանկյունից, մանկությունից դեպի հասուն տարիքի անցումը բարձրացնում է մի շարք չլուծված խնդիրներ, որոնք պահանջում են ավելի մանրակրկիտ ուսումնասիրություն:

Ստոխաստիկական մտածողության զարգացման համատեքստում մանրամասն վերլուծենք մտածողության ձևերը:

Ակնառու-գործառնական մտածողության առանձնահատկությունն այն է, որ դրա միջոցով լուծվում են այնպիսի խնդիրներ, որոնցում առարկաները (որոնց միջև եղած առնչությունները պետք է պարզվեն) կարելի է ձեռքը վերցնել, փոփոխել դրանց վիճակները և հատկությունները, տեղադրել տարածության մեջ: Քանի որ առարկաների հետ աշխատելիս դպրոցականին ավելի հեշտ է հետևել իր գործողություններին, ապա այդ դեպքում նաև հեշտ է կառավարել նրա գործողությունները. դադարեցնել գործնական փորձերը, եթե արդյունքները չեն համապատասխանում խնդրի պահանջներին և, հակառակը, որոշակի արդյունքի հասնելու համար ստիպել իրենց ավարտին հասցնելու փորձը:

Օրինակ, սովորողների մոտ պատահույթի մասին պատկերացումների ձևավորման ժամանակ երեխաներին կարելի է առաջարկել անցկացնել փորձ. զամբյուղի մեջ գտնվում են 6 սև և 3 սպիտակ գնդակ. անհրաժեշտ է զամբյուղից պատահականորեն հանել գնդակ, որն այնուհետև չի վերադարձվում զամբյուղի մեջ, բայց դրանից առաջ առաջարկելով նրանց կատարել ենթադրություն դուրս եկող գնդակի գույնի մասին:

Այնուհետև կարելի է կատարել փորձի արդյունքների և ենթադրությունների համեմատություն: Փորձի արդյունքում իրականացավ պատահույթ (դուրս եկավ որոշակի գույնի գնդակ), ընդ որում՝ դրան անմիջականորեն մասնակցեցին սովորողները: Այս տիպի առաջադրանքներն ի գործ են կատարել նաև կրտսեր դպրոցականները:

Դրա հետ մեկտեղ, սովորողների մոտ ձևավորվում են պատկերացումներ հավանականության մասին: Դա իրականացվում է սովորողների կոտորակների հետ ծանոթացման հանգումությամբ:

Սկզբում որոշենք գնդակների ընդհանուր քանակը ($6+3=9$): Ենթադրենք, անհրաժեշտ է որոշել սև գնդակի դուրս գալու համավանակությունը: Սպիտակ գնդակների քանակը 3 է, գնդակների ընդհանուր քանակը՝ 9, այդ դեպքում այն բանի հավանականությունը, որ հանված գնդակը կլինի սպիտակ, հավասար է $\frac{3}{9}$: Համանման կերպով հաշվվում է հանված գնդակի սև լինելու հավանականությունը: Այնուհետև կարելի է համեմատել այդ հավանականությունները, այսինքն՝ $\frac{6}{9} > \frac{3}{9}$, և ցուցադրել դա փորձնականորեն:

Այն բանից հետո, երբ սովորողների մոտ ձևավորվեցին պատկերացումներ հավանականության մասին, նրանց կարելի է հայտնել, որ հավանականությունը կարող է լինել մի քանի տեսակի, օրինակ՝ *դասական* և *վիճակագրական*: Հենց նախորդ փորձում կատարվեց հավանականության դասական սահմանման ցուցադրումը, այսինքն՝ բարենպաստ ելքերի քանակի հարաբերությունը բոլոր հնարավոր ելքերի քանակին [1, 20]:

Վիճակագրական հավանականության սահմանումը կարելի է ստանալ անմիջականորեն փորձից: Կատարվում է փորձերի մեծ քանակություն և որպես որոնվող հավանականության թվային արժեք ընդունվում է տվյալ պատահույթի հաճախությունը, այսինքն՝ եթե կատարվել են n միանման փորձեր, և m -ը այն փորձերի քանակն է, որոնցում պատահույթը տեղի է ունեցել, ապա $\frac{m}{n}$ հարաբերությունը փորձերի տվյալ հաջորդականության մեջ կոչվում է *պատահույթի (տեղի ունենալու) հաճախություն*:

Համանման փորձերի անցկացման ժամանակ կատարվում է նրանց արդյունքների գրանցում, որից սովորողները պատկերացում են կազմում վիճակագրական տվյալների հավաքման մասին: Ընդ որում՝ վիճակագրական տվյալների գրառման եղանակները կարող են տարբեր լինել. աղյուսակներ, դիագրամներ (սյունակաձև, գծային և շրջանաձև):

Ակնառու-գործառնական մտածողության զարգացմանը նպաստում

են այն հանձնարարությունները, որոնցում անհրաժեշտ է ստանալ խնդրի պահանջին համապատասխան որևէ օբյեկտների բազմություն, կամ որոշել հենց այն պայմանները, որոնց համապատասխան կազմվել է տվյալ բազմությունը: Կատարելով այդպիսի հանձնարարություններ՝ սովորողները աշխատում են օբյեկտներով, համեմատում են դրանք ըստ մեկ, երկու և ավելի հատկանիշների, առանձնացնում են համեմատության հիմքերը. ճանաչում են օբյեկտները՝ ըստ պահանջում նշված հատկանիշների: Այդպիսի առաջադրանքների կատարման արդյունքում սովորողները ծանոթանում են բազմությունների տրման եղանակների հետ. խոսքով, թվարկմամբ, բնութագրիչ հատկություններով կամ օրենքներով:

Այսպիսով **ակնառու-գործառնական մտածողության** օգնությամբ երեխաների մոտ հարմար է զարգացնել մտածողության այնպիսի կարևոր որակ, ինչպիսին է խնդիրների լուծման ժամանակ նպատակաուղղված և մտածված գործելը, սեփական գործողությունները գիտակցաբար ուղղորդելն ու վերահսկելը:

Այժմ քննարկենք **խոսքային-տրամաբանական մտածողության** առանձնահատկությունները և այն հարցերը, թե ինչ կերպ են ստոխաստիկայի տարրերը նպաստում դրա ձևավորմանը: Հիշեցնենք, որ **խոսքային-տրամաբանական մտածողությունը** յուրահատուկ է նրանով, որ այն ինչ-որ չափով **վերացական մտածողություն** է, որի ընթացքում մարդը գործում է ոչ թե օբյեկտների հետ, այլ դրանց մասին խոսքերով կամ նշաններով ներկայացված հասկացությունների հետ: Ընդ որում՝ մարդը գործում է որոշակի կանոններին համապատասխան՝ վերացարկելով օբյեկտների տեսանելի առանձնահատկություններից:

Խոսքային-տրամաբանական մտածողության զարգացման աշխատանքների գլխավոր նպատակը սովորողների մոտ դատելու, պայմաններկայացնող դատողություններից եզրահանգումներ կատարելու, ինչպես նաև առարկաներն ամեն անգամ նոր կողմից դիտարկելով՝ նոր հատկություններ բացահայտելու կարողությունների ձևավորումն է:

Սովորողների մոտ հետաքրքրություն են առաջացնում պատահույթների տեսակները որոշելուն վերաբերող առաջադրանքները. պատահույթները կարող են լինել *պատահական, հավաստի և անհնարին*: Որոշելու գործընթացը կարելի է իրագործել փորձերի ժամանակ: Օրինակ, եթե զամբյուղում կան միայն սև գնդակներ, ապա, այդտեղից գնդակ հանելով, մենք վստահ ենք, որ այն կլինի սև: Այս դեպքում զամբյուղից սև գնդակ հանելը հավաստի պատահույթ է: Նույն այդ զամբյուղից սպիտակ գնդակ հանելը անհնար պատահույթ է: Իսկ եթե զամբյուղում կան և սպիտակ, և սև գույնի գնդակներ, ապա այն պատահույթը, որ հանված

գնդակը կլինի սև՝ պատահական է, քանի որ տվյալ դեպքում իրադարձությունը կարող է ինչպես տեղի ունենալ, այնպես էլ տեղի չունենալ (հանված գնդակը կարող է լինել սպիտակ):

Ենթադրենք՝ մենք նետել ենք մետաղադրամ և գառ: Մետաղադրամի վրա բացվել է զինանիշ, իսկ գառի վրա՝ գույգ թիվ: Այս պատահույթներն իրարից անկախ են, քանի որ նրանք չեն ազդում մեկը մյուսի վրա: Իսկ եթե մենք միայն մետաղադրամ ենք նետում, ապա կարող է բացվել զինանիշ կամ գիր, քանի որ այս պատահույթներից յուրաքանչյուրի տեղի ունենալը կախված է մյուսից, ընդ որում՝ զինանիշ կամ գիր բացվելը *հակադիր պատահույթներ* են:

Համատեղելի պատահույթների օրինակ կարող է ծառայել հետևյալ իրավիճակը. գրատախտակի մոտ են կանչել աշակերտի, գրատախտակի մոտ են կանչել տղայի, գրատախտակի մոտ են կանչել գերագանցիկի: Սրանք համատեղելի պատահույթներ են, քանի որ տվյալ դեպքում, դրանք կարող են տեղի ունենալ միաժամանակ, այսինքն՝ գրատախտակի մոտ կանչված տղան կարող է լինել գերագանցիկ: Հրաձիգի կողմից թիրախին կատարվում է մեկ կրակոց: Հրաձիգը կամ դիպչում է թիրախին, կամ վրիպում: Սա անհամատեղելի պատահույթների օրինակ է, քանի որ տվյալ փորձում դրանք չեն կարող միաժամանակ տեղի ունենալ: Նման առաջադրանքները ևս հասու են կրտսեր դպրոցականներին. կարելի է եզրույթները չկիրառել:

Երբեմն անհամատեղելի և անկախ պատահույթները նույնացվում են: Ուսուցիչը պետք է ուշադրություն դարձնի այն փաստի վրա, որ պատահույթները անհամատեղելի են այն դեպքում, երբ դրանք չեն կարող միաժամանակ տեղի ունենալ միևնույն փորձի ժամանակ, և անկախ են այն դեպքում, երբ դրանցից մեկի տեղի ունենալու հավանականությունը չի փոխվում մյուսի տեղի ունենալու դեպքում:

Մովորողների մոտ դժվարություն չի առաջացնում նաև հավանականությունների գումարման և բազմապատկման կանոնների կիրառումը: Դիտարկենք ասվածը ցուցադրող օրինակներ:

Օրինակ 1: Զամբյուղում գտնվում են երեք կապույտ, չորս սպիտակ և հինգ կարմիր գնդակ: Ինչի՞ է հավասար հավանականությունն այն բանի, որ զամբյուղից պատահականորեն հանված գնդակը կլինի գունավոր:

Լուծում: Ակնհայտ է, որ գունավոր գնդակ հանել նշանակում է հանել կապույտ կամ կարմիր գնդակ: Կապույտ գնդակ դուրս գալու հավանականությունը հավասար է $\frac{3}{12}$, իսկ կարմիր գնդակ դուրս գալունը՝ $\frac{5}{12}$, հետևաբար գունավոր գնդակի դուրս գալու հավանականությունը (ըստ

հավանականությունների գումարման թեորեմի) հավասար է $\frac{3}{12} + \frac{5}{12} = \frac{8}{12}$:

Օրինակ 2: «Արարատ» բառը կազմող տառերով քարտերը լավ խառնում են, ապա հերթականությամբ հանում չորս քարտ և շարքով դասավորվում: Բնչպիսի՞ն է «արար» բառը ստանալու հավանականությունը:

Լուծում: Առաջինը «ա» տառը հանելու հավանականությունը հավասար է $\frac{3}{6}$ -ի: Երկրորդը «ր» տառը հանելու հավանականությունը հավասար է $\frac{2}{5}$ -ի: Երրորդը «ա» տառը հանելու հավանականությունը հավասար է $\frac{2}{4}$ -ի: Վերջինը «ր» տառը հանելու հավանականությունը հավասար է $\frac{1}{3}$ -ի: Ըստ հավանականությունների բազմապատկման թեորեմի՝ «արար» բառը ստանալու հավանականությունը հավասար կլինի $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{30}$ -ի:

Ցանկացած խնդրի նկատմամբ հետաքրքրության առաջացնելու համար անհրաժեշտ է, որպեսզի դրա բովանդակությունը լինի տեսանելի, հակիրճ, մատչելի և հետաքրքիր, ինչի արդյունքում կբարձրանա հետաքրքրությունը ինչպես մաթեմատիկայի, այնպես էլ դասավանդվող առարկայի նկատմամբ, և կաճի դասավանդվող նյութի յուրացման արդյունավետությունը: Ընդ որում պետք է հիշել, որ նյութի ձևակերպումը պետք է համապատասխանի սովորողների հնարավորություններին և պատրաստվածության մակարդակին: Եթե աշակերտի առջև դրվի խնդիր, որը նա ի վիճակի չէ լուծել, ապա դա նրա մոտ կարող է լարվածություն առաջացնել:

Հավանականությունների տեսության խնդիրների լուծումը տեղի է ունենում որոշակի հավանականային մոդելում, բայց միշտ չէ, որ այդ մոդելը դասական է: Այդ պատճառով միշտ չէ, որ հավանականություն հաշվելու խնդրի լուծման միջոց են հանդիսանում կոմբինատորային հասկացությունները և բանաձևերը: Բազմաթիվ խնդիրների միջոցով կարելի է ցույց տալ, թե ինչպես հիմնավորել, որ պատահական փորձերի մոդելը դասական է և ինչ անել հակառակ դեպքում: Փորձերի հավանականային մոդելների կառուցման ժամանակ փաստարկման միջոցների ընտրությունը մաթեմատիկական գործունեության ձև է:

Սովորողները պետք է կարողանան որոնել անհայտ մոդելի մասին տեղեկատվության աղբյուրներ և այդ աղբյուրներից որոնել տեղեկատվության ձեռքբերման միջոցներ: Ենթադրենք, որ խնդրի մեջ պահանջվում է կառուցել հինգ մետաղադրամի նետման հավանականական մոդելը: Եթե աշակերտը չունի այս կառույցի համար անհրաժեշտ համապատասխան կոմբինատորային գիտելիքներ, ապա մենք կարող ենք դիմել վիճակագրական տվյալների օգնությանը և կազմակերպել այդ տվյալների հա-

վաքումն այնպես, որ դրանք լինեն անհայտ մողելի մասին տեղեկատվության հավաստի աղբյուր: Վարքի այսպիսի ռացիոնալացումը ևս պետք է դասել մաթեմատիկական գործունեության ձևերին:

Վերը կատարված վերլուծության հիման վրա մենք առանձնացնում ենք հավանականային մտածողության հետևյալ բաղադրիչները.

1. Տրամաբանական. հավանականային մտածողության ձևավորման գործընթացը հետազոտողների մեծ մասը կապում է մարդկային գործունեության բազմաթիվ ոլորտներում տեղի ունեցող հավանականային երևույթների էության ճանաչման, մտավոր գործողությունների (վերլուծություն, համադրում, ընդհանրացում, համեմատում, դասակարգում) շնորհիվ դրանց օրինաչափությունների բացահայտման, հավանականային գիտելիքների գիտակցված օգտագործման, սեփական մասնագիտական գործունեության ընթացքում ինքնուրույն արդյունավետ լուծման կայացման հետ): Դրա հետ կապված հավանականային խնդիրների լուծման ժամանակ սովորողների մոտ ձևավորվում են տրամաբանական մտածողության հիմնական հնարները, ինչպիսիք են համեմատումը (առարկաների մոտ ընդհանուրի և տարբերվողի առանձնացում), վերլուծությունը (օբյեկտի տարբեր հատկությունների և հատկանիշների առանձնացում և խոսքային նշանակում) և ընդհանրացումը (շեղում օբյեկտի ոչ էական հատկանիշներից և դրանց միավորում էական ընդհանրական հատկանիշների հիման վրա):

2. Կոմբինատորային. դատողության կոմբինատորային միջոցները կարևոր դեր են խաղում մտածողության ընդհանուր կառուցվածքի մեջ, իսկ կոմբինատորային մտածողության առավել բնորոշ գիծը խնդրի լուծման ժամանակ սուբյեկտի կողմից ինչ-որ հատկանիշների և պատահույթների համակցումն է, բոլոր հնարավոր տարբերակների որոշման, դիտարկման և հաշվի առնման կարողությունը:

3. Հավանականային-վիճակագրական. սովորողների՝ անորոշ իրավիճակներում կողմնորոշվելու, վիճակագրական բնույթի տեղեկույթ վերլուծելու և «հավանականություն» հասկացությունը օգտագործելու կարողություն:

Եզրակացություն:

Այսպիսով՝ հավանականային մտածողության զարգացման հոգեբանա-մանկավարժական տեսակետները հետևյալներն են.

1. Պատահականության մասին պատկերացումները և հավանականային մտածողությունը զարգանում են Ժ. Պիամեի առաջարկած ինտելեկտի զարգացման օպերացիոնալ տեսության շրջանակներում: Որպես հավանականային-վիճակագրական բովաղակության ուսուցման հիմք՝

հանդես են գալիս օպերացիոնալ ուսուցման Լ. Ս. Վիգոտսկու, Պ. Յա. Գալպերինի, Ա. Ն. Լեոնտևի հայացքները, որոնց էությունը Պ. Յա. Գալպերինի [1, 8] առաջ քաշված մտավոր գործողությունների փուլային զարգացման հայացքներին համապատասխան ուսուցման կազմակերպման մեջ է:

2. Հավանականային գաղափարների և մեթոդների հետ փուլային ծանոթացումը նպաստավոր ազդեցություն է ունենում դպրոցականների հավանականային մտածողության ձևավորման և զարգացման գործընթացի վրա:

3. Տարրական դպրոցում ստոխաստիկայի տարրերի հետ ծանոթացումը տեղի է ունենում ակնառու-տրամաբանական մակարդակի վրա բազմաթիվ խաղերի և փորձերի ներգրավմամբ, ինչը նրանց մոտ ձևավորում է փորձնական պատկերացումներ պատահական օրինաչափությունների մասին: Հավանականային պատկերացումների ձևավորման համար առավել նպաստավոր է 10-13 տարեկան տարիքը:

4. «Ֆորմալ օպերացիաների» փուլին անցումը (11-15 տարեկան), վերացական և տեսական մտածողության գերակշռությունը, բանավոր ձևակերպված վարկածների օգնությամբ դատելու կարողության ի հայտ գալը բարենպաստ և էական պայման են հանդիսանում հիմնական և ավագ դպրոցում հավանականային մտածողության ձևավորման համար:

DOI: <https://di.org/10.58726/27382923-ne2024.1-116>

Գրականություն

1. Гальперин П.Я., *Формирование умственных действий*/ П.Я. Гальперин. Москва: Издательство Московского университета, 1981, - 86 с.
2. Геворкян П.С. *Теория вероятностей и математическая статистика*/ П.С. Геворкян. Москва: Физматлит, 2016, 176 с.
3. Пиаже Ж., *Психология интеллекта: Научные монографии*. Москва, Директ-Медиа, 2008, - 351 с.
4. Пиаже Ж., Инельдер Б. *Генезис элементарных логических структур: Психология XX век. Эксмо-Пресс*, 2002, 488 с.
5. Прохоров А. В. и др., *Введение в теорию вероятностей. Приложение к журналу «Квант», N 4, 2015, с. 27.*

**Психолого-педагогические грани обучения стохастики и
формирования вероятностного мышления школьника
в системе общего образования**

*Лида Аванесян
Армине Саакян*

Резюме

***Ключевые слова:** теория вероятностей, математическая статистика, комбинаторика, мышление, логика, словесно-логическая мышление*

В статье рассматриваются психолого-педагогические грани обучения стохастики и формирования вероятностного мышления школьника. **Новизна** статьи заключается в том, что выдвинуты и обсуждены задания, доступные для детей разного возраста в зависимости от возрастных особенностей: (например, как можно поручить ту же задачу ребенку 7-9 лет и старше, формируя при этом представления о событии, его вероятности и т. д.). **Проблема** обсуждения данного материала заключается в том, что в настоящее время у разработчиков нового содержания школьного курса математики приоритетным становится формирование возрастной и социальной подготовки учащихся к пониманию тех или иных стохастических процессов, а также способности к теоретическим обобщениям, закономерностей, связанных с массовыми случайными явлениями. Для решения сформулированной проблемы мы поставили перед собой **цель** обратиться к психологии в плане выявления общих закономерностей мышления и познавательной деятельности детей разных возрастных групп. На основе проведенного анализа мы пришли к **выводу**, что использование элементов стохастики в обучении математике оказывает непосредственное влияние на формирование, развитие и совершенствование всех трех типов мышления у учащихся.

Psychological and Pedagogical Aspects of Learning Stochastics and the Formation of Probabilistic Thinking of a School Student in the System of General Education

*Lida Avanesyan
Armine Sahakyan*

Summary

Key words: *probability theory, mathematical statistics, combinatorics, thinking, logic, verbal-logical thinking*

The article discusses the psychological and pedagogical aspects of learning stochastics and the creation of probabilistic thinking of a pupil. The **novelty** of the article lies in the fact that the tasks available to children of different ages, depending on age characteristics, were put forward and discussed (for instance, how to give the same assignment to a youngster who is 7-9 years old or older while helping them establish concepts related to probability and chance, etc.).

The problem of discussing this material is that currently, the developers of the new content of the school mathematics course are prioritizing the formation of age and social preparation of pupils to understand certain stochastic processes, as well as the ability to make theoretical generalizations and patterns associated with mass random phenomena. To solve the formulated problem, we set ourselves a **purpose** to turn to psychology in terms of identifying common patterns of mental and cognitive activity of children of different age groups. Based on the analysis, we came to the **conclusion** that the use of stochastic elements in teaching mathematics has a direct impact on the formation, development and improvement of all three types of thinking among students.

Ներկայացվել է 02.03.2024 թ.

Գրախոսվել է 10.04.2024 թ.

Ընդունվել է տպագրության 30.05.2024 թ.